

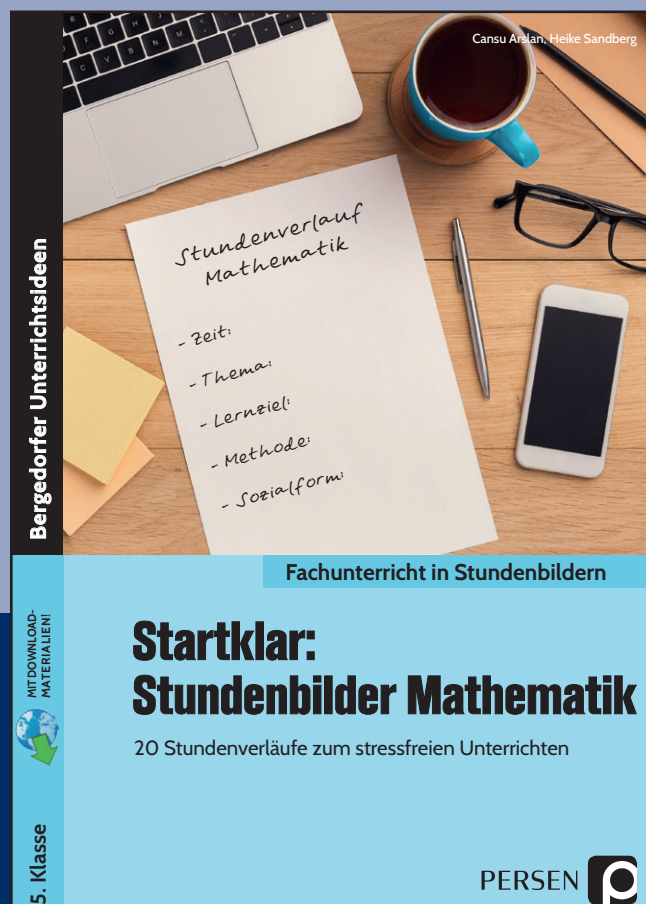


# DOWNLOAD

Cansu Arslan · Heike Sandberg

## Stundenbild 20 – Mathematik 5. Klasse

Rechnen mit Brüchen – Ein fertiger  
Stundenverlauf zum stressfreien Unterrichten



Downloadauszug  
aus dem Originaltitel:

Das Werk als Ganzes sowie in seinen Teilen unterliegt dem deutschen Urheberrecht. Der Erwerber des Werkes ist berechtigt, das Werk als Ganzes oder in seinen Teilen für den eigenen Gebrauch und den **Einsatz im eigenen Unterricht** zu nutzen. Die Nutzung ist nur für den genannten Zweck gestattet, **nicht jedoch für** einen schulweiten Einsatz und Gebrauch, für die Weiterleitung an Dritte (einschließlich, aber nicht beschränkt auf Kollegen), für die Veröffentlichung im Internet oder in (Schul-)Intranets oder einen weiteren kommerziellen Gebrauch.

**Eine über den genannten Zweck hinausgehende Nutzung bedarf in jedem Fall der vorherigen schriftlichen Zustimmung des Verlages.**

**Verstöße gegen diese Lizenzbedingungen werden strafrechtlich verfolgt.**

**Download  
zur Ansicht**

# Rechnen mit Brüchen

## Eine Reise auf den Planeten „Brüche vervielfachen“

### 1. Kompetenzbezug

Mathematisch kommunizieren und argumentieren

K1	K2	K3
Die Lernenden ... ... ergänzen die Regel zum Vervielfachen von Brüchen und wenden sie an. Dabei nutzen sie vorgegebene Fachwörter und erkennen, dass es einen Zusammenhang zur mehrfachen Addition gibt.	Die Lernenden ... ... vervielfachen Brüche und erkennen dabei den Zusammenhang zur mehrfachen Addition. Sie erklären diesen rudimentär und nutzen dabei einzelne Fachwörter selbstständig.	Die Lernenden ... ... erstellen eigenständig eine Regel zum Vervielfachen von Brüchen und verdeutlichen dabei ein integriertes Verständnis zum Vervielfachen von Brüchen unter Berücksichtigung von Fachbegriffen.

**Inhaltsfeld:** Zahl und Operation

### 2. Sachanalyse

**Teilgebiet:** Arithmetik

**Schwerpunkt:** Brüche vervielfachen

**Notwendige Voraussetzungen:** Bruchbegriff, Bezeichnungen am Bruch, Fachbegriffe Grundrechenarten, Brüche addieren und subtrahieren

**Fachlicher Hintergrund / Hinweise:** Mathematisch werden die Brüche dem Zahlenbereich der rationalen Zahlen  $\mathbb{Q}$  zugeordnet. Ein Bruch wird mit einem Zähler und einem Nenner dargestellt.<sup>1</sup> Das Vervielfachen eines Bruches gehört zum Teilgebiet des Multiplizierens.<sup>2</sup> Beim Multiplizieren von Brüchen wird hingegen ein Anteil von einem Anteil ausgedrückt,<sup>3</sup> d.h. das Multiplizieren von Brüchen wird in der Bruchrechnung als das Multiplizieren von zwei Brüchen miteinander verstanden. Mit dem Vervielfachen eines Bruches hingegen wird in der Bruchrechnung die multiplikative Verrechnung eines Bruches mit einer natürlichen Zahl verstanden. Den Lernenden sollte der Unterschied kenntlich gemacht werden. Die eindeutigste Form des Vervielfachens ist das Multiplizieren einer natürlichen Zahl mit einem Bruch (z. B. drei mal zwei Viertel). Dieser Zugang kann auch mit der mehrfachen Addition mit einer Grundvorstellung aus dem Alltag erkannt werden.

Beispiel:

$$\text{Aus } \frac{2}{4} + \frac{2}{4} + \frac{2}{4} = \frac{6}{4} \quad \text{ergibt sich auch } 3 \cdot \frac{2}{4}$$

$$k \cdot \frac{m}{n} = \frac{k \cdot m}{n} \quad (\text{wobei } k \in \mathbb{N} \text{ und } m, n \in \mathbb{Z} \text{ und } n \neq 0)$$

Beispiel:

$$3 \cdot \frac{2}{4} = \frac{3 \cdot 2}{4} = \frac{6}{4}$$

<sup>1</sup> Vgl. Sachanalyse Stunde 19.

<sup>2</sup> Vgl. Padberg online unter: <http://www.student-online.net/Publikationen/799/Bruchrechnen.pdf>, S. 4 (Stand: 06.02.2018).

<sup>3</sup> z. B. zwei Drittel von vier Achtel.

Der komplexere Zugang ist das Multiplizieren eines Bruches mit einer natürlichen Zahl (z. B. zwei Drittel mal fünf).

$$\frac{m}{n} \cdot k = \frac{m \cdot k}{n} \quad (\text{wobei } k \in \mathbb{N} \text{ und } m, n \in \mathbb{Z} \text{ und } n \neq 0).$$

Dieser Vorgang kann kommutativ aus dem ersten erklärt werden.<sup>4</sup> Mathematisch führen beide Wege zum Ergebnis.

Beispiel:

$$\text{zwei Drittel von fünf} \quad \frac{2}{3} \text{ von } 5 \quad 5 : 3 = \frac{5}{3} \quad \frac{5}{3} \cdot 2 = \frac{10}{3}$$

Da es sich beim Vervielfachen um einen multiplikativen Vorgang mit einer natürlichen Zahl handelt, ist das Produkt, das entsteht, immer größer als der Bruch im Faktor. So kann es vorkommen, dass bei der Durchführung der Operation auch ein unechter Bruch entsteht.<sup>5</sup>

**Anschlussmöglichkeiten:** Brüche multiplizieren, Brüche teilen, Brüche dividieren

### 3. Lernziele

Die Lernenden erkennen den Zusammenhang zwischen der mehrfachen Addition und der Multiplikation bei Brüchen und wenden dieses Wissen an, um eine Regel zum Vervielfachen von Brüchen aufzustellen.

### 4. Didaktisch-methodische Vorüberlegungen

Das Rechnen mit Brüchen ist im Alltag weniger repräsentativ<sup>6</sup> als das mit Dezimalzahlen. Doch sie haben einen wichtigen innermathematischen Stellenwert. Aus ihnen lassen sich beispielsweise der Übergang bzw. der Zusammenhang zu Dezimalzahlen und das Rechnen mit diesen einfacher ableiten.<sup>7</sup> Aber auch in den höheren Jahrgängen ist das Rechnen mit Brüchen von Bedeutung, so z. B. in der Stochastik zum Verrechnen der Wahrscheinlichkeiten, der Algebra beim Lösen und Umformen von Gleichungen oder in der Analysis.

Für die geplante Stunde ist zu empfehlen, diese innerhalb einer Unterrichtsreihe zum Rechnen mit Brüchen zu betrachten. Hierzu begleiten die Lernenden drei Außerirdische auf unterschiedliche Planeten, welche die einzelnen Rechnungen einführen. So ist für die geplante Stunde Voraussetzung, dass das Addieren mit Brüchen bereits thematisiert wurde. Zudem sind für die Lernenden Kenntnisse zu den Bruchbegriffen sowie den Grundrechenarten Voraussetzung.

Zum Rechnen mit Brüchen kritisieren Didaktiker oft, dass „Rechenregeln schematisch und in vielen Fällen falsch angewendet werden“<sup>8</sup> und ein „inhaltlich anschauliches Verständnis nicht ausreichend herausgebildet“ sei. Es wird eine anschauliche, selbsterarbeitende Vorgehensweise vertreten. „Ein Charakteristikum jeder bewussten Erkenntnis besteht darin, dass Seiendes nicht einfach als ein Bestandteil isolierter Phänomene unreflektiert hingenommen oder lediglich registriert wird.“<sup>9</sup>

Die Lehrkraft leitet nach dem Vorlesen des Themas das Abenteuer auf dem Planeten „Vervielfachmaos“ ein. Kurz vor der Landung erscheinen Anweisungen auf dem Bordcomputer, mit denen die Crew nicht sofort etwas anfangen kann. Dieser Einstieg hat eine problemorientierte und eine motivierende Funktion.

4 Vertauschungsgesetz ( $a \cdot b = b \cdot a$ ).

5 Die Vorgehensweise bei unechten Brüchen in der Aufgabenstellung ist gleich dem der echten Brüche.

6 Es wird kontrovers debattiert, ob eine längerfristige Behandlung von Brüchen im Unterricht sinnvoll ist.

7 Vgl. Padberg (2002): Didaktik der Bruchrechnung. Gemeine Brüche, Dezimalbrüche. 3. Auflage. Spektrum Verlag, Berlin, S. 35 ff.

8 A. Filler (2013): Didaktik der Bruchrechnung. Humboldt- Universität zu Berlin. Online einsehbar: <http://didaktik.mathematik.hu-berlin.de/files/didalgzt2.pdf> (Stand: 10.01.2017).

9 Hefendehl-Hebeker: Erkenntnisgewinn in der Mathematik. In: Leuders (2011) Mathematik Didaktik. Praxishandbuch für die Sekundarstufe I und II. Cornelsen Verlag, Berlin, S. 107.

Im Zentrum der Stunde steht, dass die Kinder gemeinsam mit den Außerirdischen ArDu, ÜmGü und SelCa bei einer Pause mit Pizza Überlegungen anstellen, wie sie einen Weg finden können, die Aufgaben auf dem Bordcomputer zu lösen. Die ersten Überlegungen gibt es bereits im Plenum mit einem Rückblick auf das Signalwort „vervielfachen“. Die nächsten Schritte erarbeiten die Schüler mit Anleitungen und Hilfestellungen in ihren gewohnten Teams.<sup>10</sup>

Die gesamte Erarbeitungsphase findet in einer Gruppenarbeit<sup>11</sup> statt. Durch das gemeinsame Erarbeiten werden sowohl leistungsschwache als auch leistungsstarke Lernende in den Prozess integriert. Das Teilen der Arbeitsmaterialien und die unterschiedlichen Gruppenaufgaben<sup>12</sup> sind als positive Interdependenz gedacht.

Da sich bei selbsterarbeiteten Inhalten das Risiko einer Fehlvorstellung bei leistungsschwachen Lernenden erhöhen könnte, und um sicherzustellen, dass das Minimalziel bei allen Schülern erreicht wird, ist es hilfreich, sowohl SOS-Hilfestellungen einzusetzen als auch eine Zwischensicherung an der Tafel vorzunehmen. Aus diesem Grund ist es nicht problematisch, wenn nicht alle Lernenden mit der Gruppenarbeit fertig werden. Der mathematische Austausch während der Gruppenarbeit hat einen höheren Stellenwert.<sup>13</sup>

Nach der Zwischensicherung werden die Schüler individuelle Einträge in ihrem Reisetagebuch vornehmen. Hierbei nutzen sie entweder eine eigene Erklärung oder verwenden Vorformulierungen mit Lücken als Unterstützung.<sup>14</sup>

Anschließend folgt eine Übungsphase in differenzierten Stufen mit Selbstkontrolle.

Download  
zur Ansicht

10 Es wird empfohlen während der Einheit die Lernenden in denselben Teams als Crew arbeiten zu lassen. Mit einer Diagnose könnte man leistungsheterogene Arbeitsgruppen zusammenstellen.

11 Die Gruppenarbeit findet während der Unterrichtseinheit immer mit derselben Crew statt. Die Schüler organisieren ihre Gruppenarbeit während der Lernzeiten in einem Gruppenordner.

12 Gruppensprecher, Versorger/Zeitwächter, Vorleser.

13 Mathematisch kommunizieren.

14 Bei verbleibender Zeit können einzelne Einträge vorgelesen werden.

## 5. Verlaufsplanung (45 min)

**Vorbereitung:** Präsentationsvorlage (Einführung) vorbereiten / Gruppeneinteilung vornehmen / AB 1 (Brüche vervielfachen 1) und AB 2 (Brüche vervielfachen 2) pro Gruppe vorbereiten / 3 Klebezettel pro Gruppe organisieren / SOS 1 und 2 pro Gruppe vorbereiten / AB 3 (Verewige deine Erkenntnisse) im Klassensatz vorbereiten / AB 4–6 und SOS 3–5 bilden Differenzierungsstufen, die je nach Lehrereinschätzung bereitgestellt werden sollten.

Phase/Zeit	Geplantes Unterrichtsgeschehen	Sozialform	Medien/Material
<b>Einstieg / Klärung des Vorhabens</b> (ca. 8 min)	Die LK erzählt den SuS eine Geschichte, bei der sie drei Außerirdische auf unbekannte Planeten begleiten. Um diese bereisen zu dürfen, müssen sie einen Code knacken. Anschließend stellt die LK den weiteren Verlauf der Stunde vor.	Plenum	Präsentation (Vorlage)
<b>Erarbeitung</b> (ca. 16 min)	Die SuS erarbeiten in Kleingruppen die Regel zum Vervielfachen eines Bruches: Im ersten Durchlauf als mehrfache Addition (mit einer Pizzadarstellung), im zweiten Durchlauf als Multiplikationsaufgabe (mit Abstraktion). Dabei werden sie auf den Arbeitsblättern von den Außerirdischen ArDu, ÜmGü und SelCa angeleitet und unterstützt.	GA	AB 1–2 SOS 1–2 3 Klebezettel pro Gruppe
<b>Ergebnissicherung</b> (ca. 10 min)	Das Vervielfachen eines Bruches wird gemeinsam an der Tafel zusammengefasst. Die SuS sichern die Regel mithilfe von AB 3.	Plenum	Tafel, AB 3
<b>Anwendung/ Hausaufgaben</b> (ca. 11 min)	Die SuS wenden ihre Erkenntnisse auf Übungsblättern an. Sie dürfen dabei aus drei Differenzierungsstufen (take it easy / go on / it could be difficult) wählen und SOS-Karten in Anspruch nehmen. Der Rest wird als Hausaufgaben bearbeitet.	EA	AB 4–6 SOS 4–6



**PERSEN** Alles für ein leichteres Lehrerleben!

Weitere Downloads, E-Books und Print-Titel des umfangreichen Persen-Verlagsprogramms finden Sie unter [www.persen.de](http://www.persen.de)

Hat Ihnen dieser Download gefallen? Dann geben Sie jetzt auf [www.persen.de](http://www.persen.de) direkt bei dem Produkt Ihre Bewertung ab und teilen Sie anderen Kunden Ihre Erfahrungen mit.



Download  
zur Ansicht

© 2019 PERSEN Verlag, Hamburg  
AAP Lehrerwelt GmbH  
Alle Rechte vorbehalten.

Das Werk als Ganzes sowie in seinen Teilen unterliegt dem deutschen Urheberrecht. Der Erwerber des Werks ist berechtigt, das Werk als Ganzes oder in seinen Teilen für den eigenen Gebrauch und den Einsatz im Unterricht zu nutzen. Die Nutzung ist nur für den genannten Zweck gestattet, nicht jedoch für einen weiteren kommerziellen Gebrauch, für die Weiterleitung an Dritte oder für die Veröffentlichung im Internet oder in Intranets. Eine über den genannten Zweck hinausgehende Nutzung bedarf in jedem Fall der vorherigen schriftlichen Zustimmung des Verlags.

Sind Internetadressen in diesem Werk angegeben, wurden diese vom Verlag sorgfältig geprüft. Da wir auf die externen Seiten weder inhaltliche noch gestalterische Einflussmöglichkeiten haben, können wir nicht garantieren, dass die Inhalte zu einem späteren Zeitpunkt noch dieselben sind wie zum Zeitpunkt der Drucklegung. Der PERSEN Verlag übernimmt deshalb keine Gewähr für die Aktualität und den Inhalt dieser Internetseiten oder solcher, die mit ihnen verlinkt sind, und schließt jegliche Haftung aus.

Grafik: Covergrafik © Prostock-studio - stock.adobe.com  
Satz: L101 Mediengestaltung, Fürstenwalde

Bestellnr.: 20439DA20

[www.persen.de](http://www.persen.de)