

Vorgänger und Nachfolger einer Zahl bestimmen

Herr Kranz zählt seine Kunden

1. Kompetenzbezug

Mathematisch kommunizieren und argumentieren

K1	K2	K3
<p>Die Lernenden können ...</p> <p>... mit Beispielen erklären, was der „Vorgänger“/„Nachfolger“ einer Zahl ist.</p> <p>... Beispiele für ihre Argumentationen zum Aufbau des Zehnersystems nutzen.</p>	<p>Die Lernenden ...</p> <p>... nutzen die Begriffe „Vorgänger“ und „Nachfolger“ einer Zahl sicher und können allgemein erklären, dass es sich dabei um die Vermehrung/Verringerung um eins handelt.</p> <p>... nutzen die Begriffe rudimentär bei ihren Argumentationen.</p>	<p>Die Lernenden ...</p> <p>... nutzen die Begriffe „Vorgänger“ und „Nachfolger“ einer Zahl sicher und können sowohl allgemein als auch mit der Formelsprache erklären, dass es sich um die Vermehrung/Verringerung um eins handelt.</p> <p>... nutzen die Begriffe sicher bei ihren Argumentationen.</p>

Inhaltsfeld: Zahl und Operation

2. Sachanalyse

Teilgebiet: Arithmetik

Schwerpunkte: natürliche Zahlen, Dezimalsystem, Vorgänger und Nachfolger einer Zahl

Notwendige Voraussetzungen: Einführung in die natürlichen Zahlen mit Definition, natürliche Zahlen auf dem Zahlenstrahl, Stellenwertsysteme

Fachlicher Hintergrund / Hinweise: In allen Darstellungsformen⁴ werden die natürlichen Zahlen als ganze positive Zahlen definiert $\mathbb{N} = \{1, 2, 3 \dots\}$. Laut Definition kann man auch die Null als natürliche Zahl ansehen. Hierbei ist zu beachten, dass die Null nicht immer als natürliche Zahl definiert wird. Natürliche Zahlen sind die ältesten und bekanntesten Zahlen und haben unterschiedliche Aspekte.⁵ In der gezeigten Stunde ist vor allem der ordinale Zahlenaspekt vordergründig, da es sich bei dem Vorgänger und dem Nachfolger der Zahl um eine eindeutige Reihenfolgendefinition der Zahlen handelt. Ist b Element von \mathbb{N} , so ist $b + 1$ der Nachfolger von b , also $b < b + 1$. Ebenso ist $b - 1$ der Vorgänger von b , also $b > b - 1$. Im Ordnungsprinzip liegt b also genau zwischen $b - 1$ und $b + 1$. Wobei $b + 1$ und $b - 1$ ebenso Vorgänger und Nachfolger haben. Jede natürliche Zahl hat nach diesem Prinzip einen Nachfolger. Jede natürliche Zahl außer der 1 (oder der 0, je nach Definition) hat nach diesem Prinzip einen Vorgänger. Anhand der Thematik bietet es sich an, den Ordinalaspekt mit dem Kardinalaspekt (Zahl als Menge) zu verknüpfen, und somit einen mehrdimensionalen Zugang zu ermöglichen.⁶ Das Zehnersystem ist eine Darstellungsform für natürliche Zahlen. Es besteht aus den Ziffern 0 bis 9. Je nachdem, an welcher Position die Ziffer steht, hat sie einen entsprechenden Wert. Der Wert der einzelnen Stellen wird aufaddiert.

⁴ Siehe Stunde 1.

⁵ Kardinal-, Ordinal-, Operator-, Rechen-, Codierungsaspekt.

⁶ Dies wurde in der Stunde zum einen durch die Thematisierung des Vorgängers und Nachfolgers, zum anderen durch das Darstellen der Kunden im Dezimalsystem angelegt.

4. Didaktisch-methodische Vorüberlegungen

Die geplante Stunde kann in einer Unterrichtsreihe zu Termen oder Rechnen mit natürlichen Zahlen dargeboten werden. Um die mathematische Kompetenz „Argumentieren“ zu fördern, empfiehlt sich ein selbstentdeckender Vorgang der Rechengesetze.

Die Anwendung von Rechengesetzen kommt in unterschiedlichen Jahrgangsstufen und Teilthemen vor und ist häufig ein wichtiges Hilfsmittel z. B. beim Umstellen von Termen, Lösen von Gleichungen oder dem Herleiten bzw. Umstellen von Formeln.

Notwendige Voraussetzung für die Stunde ist die Beherrschung der Fachbegriffe zu den einzelnen Grundrechenarten. Aus diesem Grund werden die Fachbegriffe auch in einem wiederholenden Einstieg thematisiert. Hierbei kann man auch auf Namensgleichheit der Glieder bei der Addition und Subtraktion verweisen.²⁶

Das Thema Rechengesetze bietet die Möglichkeit, den formalen Charakter der Rechenregeln in den Vordergrund zu stellen. So ist die gesamte Planung innermathematisch aufgebaut.²⁷

Im ersten Schritt erarbeiten sich die Partner das Assoziativgesetz, indem sie exemplarische Beispiele in unterschiedlicher Reihenfolge addieren. Anschließend ist das Kommutativgesetz gefragt. Hier sollen die Lernenden entdecken, dass man beliebig Klammern setzen kann. Im dritten Schritt sollen beide Regeln beachtet werden, um ein geschicktes Rechnen umsetzen zu können.

Am Ende der Stunde sollten die Regeln nochmal im Plenum zusammengestellt und an Anwendungsaufgaben demonstriert werden, um sicherzustellen, dass die Lernenden die bis dahin selbstständig entdeckten Regeln verinnerlichen.

5. Verlaufsplanung (45 min)

Vorbereitung: AB 1 (Fachausdrücke) im Klassensatz vorbereiten / Partnerteams vornehmen / AB 2 A und 2 B (Kommutativgesetz) im halben Klassensatz vorbereiten / AB 3 (Assoziativgesetz) und AB 4 (Übungsblatt zu Kommutativ- und Assoziativgesetz) im Klassensatz vorbereiten

Phase/Zeit	Geplantes Unterrichtsgeschehen	Sozialform	Medien/Material
Einstieg (ca. 5 min)	Das Arbeitsblatt zu den Fachbegriffen wird ausgefüllt und die Ergebnisse werden an der Tafel gesammelt. Die Namensgleichheit der Glieder bei der Addition und der Multiplikation wird thematisiert.	EA Plenum	AB 1 Tafel
Erarbeitung (ca. 20 min)	Anhand der Arbeitsblätter 2 und 3 und dem Wechsel von Einzelarbeit und Partnerarbeit erarbeiten die Lernenden die Gültigkeit des Kommutativ- und des Assoziativgesetzes für die Addition.	EA PA	AB 2 A und 2 B AB 3
Vertiefung (ca. 10 min)	Die SuS wenden ihre Erkenntnisse aus den AB 2 und 3 am AB 4 an, indem sie beide Gesetze nutzen müssen.	EA PA	AB 4
Sicherung (ca. 10 min)	Die Regel wird zusammengetragen.	Plenum	Tafel

²⁶ Hier könnten erste Vermutungen zur Vertauschbarkeit der Glieder aufgestellt werden.

²⁷ Eine Einbindung in Sachsituationen ist denkbar, scheint aber nicht immer authentisch.

Der Lehrer sollte die Lernenden dafür sensibilisieren, dass es Abweichungen zwischen dem Schätzwert und der tatsächlichen Größe geben kann. Vor allem beim Modellieren, wie in der geplanten Stunde, gibt es je nach Tierart unterschiedliche Längenmöglichkeiten. Wichtig ist, dass die Lernenden einen möglichst realistischen Wert argumentativ benennen können.

Anschlussmöglichkeiten: Umrechnen von Längen und anderen Größen

3. Lernziele

Die Lernenden ermitteln, strategisch vorgehend, die möglichen Körperlängen/-höhen von Tieren und erläutern begründet ihre Vorgehensweise.

4. Didaktisch-methodische Vorüberlegungen

Größen schätzen ist ein breites Feld innerhalb des mathematischen Kompetenzbereiches „Modellieren“. Größen begleiten die Lernenden ständig im Alltag und werden z.B. von vielen handwerklichen Berufen vorausgesetzt oder sind im eigenen Alltag beim Kochen, Bauen etc. notwendig. Sie haben aber auch eine innermathematisch wichtige Bedeutung. So taucht das Rechnen mit Größen sowohl in Algebra als auch in geometrischen Zusammenhängen regelmäßig auf. Empfehlenswert ist auch, dass insbesondere schwächere Lerngruppen im Vorfeld bereits Orientierungsgrößen behandelt haben und diese im Klassenraum, z. B. mit Bildankern, präsent sind.

Auf dem Bild zu Beginn der Stunde sind unterschiedliche Tiere in einem Klassenraum zu sehen. Mit einem gelenkten Lehrer-Schüler-Gespräch wird das Bild problematisiert. Wenn in den vorherigen Stunden bereits der Klassenraum ausgemessen wurde, lässt sich darauf zurückgreifend die Frage stellen, ob sich die Tiere in Bezug auf die Raumgröße wirklich wohlfühlen würden. Die Kinder nehmen in Einzelarbeit Einschätzungen vor. Diese individuelle Entscheidung im Vorfeld hilft den Lernenden, einen Lernzuwachs am Ende der Stunde wahrzunehmen.

Nachdem im ersten Schritt gewährleistet ist, dass es allen möglich ist, sich einzubringen, agieren die Lernenden im zweiten Schritt als Gruppe und tauschen sich aus.

Die Auseinandersetzung mit der Frage, ob unterschiedliche Schätzwerte richtig sein können, sensibilisiert die Lernenden noch einmal dafür, dass die Mathematisierung von Realsituationen nicht eindeutig sein kann.³⁸

Anschließend wird die Größenvorstellung der Lernenden geschult. Gemeinsam bilden sie argumentativ nach, wie viel Platz das Tier im Raum einnehmen würde. Hier empfiehlt es sich, bereits vor der Gruppenarbeit den Gruppen einen bestimmten Platz zuzuweisen.³⁹ Auch bietet man passende Materialien an, damit die Lernenden eine entsprechende Nachbildung vornehmen können.

Zur Präsentation bietet sich ein Rundgang zu den entsprechend zugewiesenen Stellen in der Klasse an. So kann die Gruppe darstellen, wie sie sich die Nachbildung vorgestellt hat.

Die zuhörenden Mitschüler dokumentieren die ungefähren Größen der Tiere in einer Tabelle und treffen eine eigene Einschätzung zum Wohlbefinden der Tiere im Klassenraum. Diese kann mit der ersten Vermutung zu Beginn der Stunde verglichen werden.

³⁸ Modellierungskreislauf nach Blum und Leiß vgl. u. a. URL: https://ivv5hpp.uni-muenster.de/u/sschu_12/pdf/Publikationen/Schukajlow2006_Schueler_Schwierigkeiten.pdf (Stand: 30.05.2019).

³⁹ Z. B. der Giraffengruppe einen Platz an der Wand, um die ungefähre Höhe kennzeichnen zu können.